

2024 年 4 月高等教育自学考试  
概率论与数理统计(经管类)试题

课程代码:04183

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设随机事件  $A$  与  $B$  相互独立,且  $P(A)=0.2$ ,  $P(B)=0.4$ , 则  $P(AB)=$   
A. 0                      B. 0.08                      C. 0.2                      D. 0.4
2. 设随机变量  $X \sim N(1, 2^2)$ , 且  $P\{X > c\} = P\{X \leq c\}$ , 则常数  $c =$   
A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 8
3. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的分布律为

	$Y$	0	1	2	3
$X$					
1		0	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	0
3		$\frac{1}{8}$	0	0	$\frac{1}{8}$

则  $P\{X=Y\} =$

- A.  $\frac{1}{8}$                       B.  $\frac{3}{8}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D. 1
4. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立,且均服从参数  $\lambda=1$  的指数分布,则当  $x > 0, y > 0$  时,二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度  $f(x, y) =$   
A.  $e^{xy}$                       B.  $e^{-xy}$                       C.  $e^{x+y}$                       D.  $e^{-(x+y)}$

5. 设随机变量  $X$  服从区间  $[0,1]$  上的均匀分布, 则  $\frac{D(X)}{E(X)} =$
- A.  $\frac{1}{24}$                       B.  $\frac{1}{12}$                       C.  $\frac{1}{6}$                       D.  $\frac{1}{2}$
6. 设随机变量  $X$  服从参数为 2 的泊松分布, 随机变量  $Y \sim N(0,9)$ , 则  $E(X^2 + Y^2) =$
- A. 5                      B. 11                      C. 15                      D. 16
7. 设随机变量  $X, Y$  满足  $P\{X+Y=1\}=1$ , 则  $X$  与  $Y$  的相关系数  $\rho =$
- A. -1                      B. 0                      C. 0.5                      D. 1
8. 设总体  $X$  的概率密度为  $f(x)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自  $X$  的样本,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为样本值, 则样本的联合概率函数为
- A.  $f(x)$                       B.  $f(x_1)f(x_2)\cdots f(x_n)$   
C.  $f''(x)$                       D.  $f(x_1) + f(x_2) + \cdots + f(x_n)$
9. 设总体  $X$  的期望  $E(X) = \lambda$  ( $\lambda \neq 0$ ),  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自该总体的样本,  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ , ( $\bar{X} \neq 0$ ), 则  $\lambda$  的矩估计为
- A.  $\bar{X}$                       B.  $\frac{1}{\bar{X}}$                       C.  $\frac{\bar{X}}{\lambda}$                       D.  $\frac{\lambda}{\bar{X}}$
10. 设有  $n$  组样本值  $(x_i, y_i)$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ), 且  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ,  $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ , 则依据该样本值得到的回归直线  $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$
- A. 过点  $(x_i, y_i)$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )                      B. 不过点  $(x_i, y_i)$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )  
C. 过点  $(\bar{x}, \bar{y})$                       D. 不过点  $(\bar{x}, \bar{y})$

## 非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分。

11. 设随机事件  $A$  与  $B$  互不相容,  $P(A) = 0.5$ ,  $P(A \cup B) = 0.8$ , 则  $P(B) =$ \_\_\_\_\_.
12. 设  $A, B$  为随机事件, 且  $P(A) = 0.6$ ,  $P(AB) = 0.3$ , 则  $P(B|A) =$ \_\_\_\_\_.

13. 据以往资料表明, 某3口之家, 患某种传染病的概率有以下规律:  $P\{\text{孩子患病}\} = 0.6$ ,  $P\{\text{母亲患病}|\text{孩子患病}\} = 0.5$ ,  $P\{\text{父亲患病}|\text{母亲及孩子患病}\} = 0.4$ , 则  $P\{\text{母亲及孩子患病但父亲未患病}\} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
14. 设随机变量  $X$  的分布律为  $\frac{X}{P} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{array}$ ,  $F(x)$  是  $X$  的分布函数, 则  $F(2) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
15. 设  $F_1(x)$ ,  $F_2(x)$  分别为随机变量  $X_1, X_2$  的分布函数, 且  $F(x) = aF_1(x) - bF_2(x)$  也是某随机变量的分布函数, 则常数  $a - b = \underline{\hspace{2cm}}$ .
16. 某电子元件的寿命  $X$  的概率密度为 (单位: h)  $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1000, \\ \frac{1000}{x^2}, & x > 1000, \end{cases}$  装有 5 个这种电子元件的系统在使用的 前 1500h 内正好有两个元件需要更换的概率为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
17. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为  $f(x, y) = \begin{cases} a(x+y), & 0 < x < 1, 0 < y < 2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$  则常数  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .
18. 设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x^3, & 0 \leq x < 1, \\ 1, & x \geq 1, \end{cases}$  则  $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
19. 设二维随机变量  $(X, Y)$  服从区域  $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2\}$  上的均匀分布, 则  $D(Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
20. 设随机变量  $X$  与  $Y$  满足  $D(X+Y) = D(X-Y)$ , 则  $\text{Cov}(X, Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
21. 设随机变量  $X \sim B(100, 0.9)$ , 则由中心极限定理可得  $P\{X \leq 85\} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ .  
(附:  $\Phi\left(\frac{5}{3}\right) \approx 0.9525$ )
22. 设总体  $X \sim N(0, 1)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_{100}$  为来自  $X$  的样本, 则统计量  $\sum_{i=1}^{100} X_i^2$  所服从概率分布的自由度为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
23. 设总体  $X$  的概率密度  $f(x) = \begin{cases} 2\theta x^{2\theta-1}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$  (其中  $\theta > \frac{1}{2}$ ),  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自  $X$  的样本,  $\bar{X}$  为样本均值 ( $\bar{X} \neq 1$ ), 则  $\theta$  的矩估计  $\hat{\theta} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

24. 设总体  $X \sim N(\mu, 4)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自  $X$  的样本,  $\bar{X}$  为样本均值, 则  $\mu$  的置信度为  $(1-\alpha)$  的置信区间是\_\_\_\_\_.

25. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  ( $\sigma$  未知),  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自  $X$  的样本,  $\bar{X}, S^2$  分别为样本均值和样本方差, 则对于假设检验  $H_0: \mu = \mu_0; H_1: \mu \neq \mu_0$ , 应采用检验统计量的表达式为\_\_\_\_\_.

三、计算题: 本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分。

26. 设  $A, B$  为随机事件, 已知  $P(A) = 0.7, P(B) = 0.4, P(A\bar{B}) = 0.5$ , 求  $P((A \cup \bar{B})|B)$ .

27. 已知二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度  $f(x, y) = \begin{cases} e^{-y}, & 0 < x < y, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

求  $(X, Y)$  的边缘概率密度.

四、综合题: 本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分。

28. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} ax, & 0 \leq x < 1, \\ \frac{1}{2}, & 1 \leq x < 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

求: (1) 常数  $a$ ; (2)  $X$  的分布函数  $F(x)$ ; (3)  $P\left\{\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{3}{2}\right\}$ .

29. 某台设备由 3 个部件构成, 且各部件的状态相互独立. 用  $X$  表示同时需要调整的部件数, 在下列情况下, 分别求  $E(X), D(X)$ .

(1) 若在设备运行中各部件需要调整的概率均为 0.2;

(2) 若在设备运行中各部件需要调整的概率分别为 0.1, 0.2, 0.3.

五、应用题: 本题 10 分。

30. 设某种型号电池的使用寿命 (单位: h)  $X \sim N(\mu, 5000)$ , 现从一批这种型号的电池中随机抽取 26 只测其使用寿命, 得到样本方差  $s^2 = 7200$  ( $\text{h}^2$ ). 问可否认为这批电池使用寿命的方差仍为 5000 ( $\text{h}^2$ )?

(取  $\alpha = 0.02, \chi_{0.01}^2(25) = 44.314, \chi_{0.99}^2(25) = 11.524$ ).