

2024 年 4 月高等教育自学考试
高等数学(工专)试题
课程代码:00022

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设函数 $y = \frac{x(e^x - e^{-x})}{2}$, 则此函数为
A. 奇函数
B. 偶函数
C. 非奇非偶函数
D. 有界函数
2. 设数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则
A. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ 不存在
B. $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_1 + u_2 + \cdots + u_n) = 0$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + 6)$ 收敛
D. $\sum_{n=1}^{\infty} u_{n+1}$ 收敛
3. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$ 则
A. $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处连续
B. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在
C. $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处间断
D. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$

4. 设 $f(x)$ 的一个原函数为 $\frac{1}{x}$, 则 $\int f'(x) dx =$

A. $-\frac{1}{x^2} + C$

B. $-\frac{1}{x^2}$

C. $\frac{1}{x}$

D. $\frac{1}{x} + C$

5. 设行列式 $D = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2a_1 \\ 0 & 2a_2 & 0 \\ 2a_3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$, 则 D 的值为

A. $2a_1a_2a_3$

B. $8a_1a_2a_3$

C. $-2a_1a_2a_3$

D. $-8a_1a_2a_3$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 8 空, 每空 4 分, 共 32 分。

6. 函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ 的定义域是 _____ .

7. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + 3x + 2) =$ _____ .

8. 设 $y = 2x^2 - 3x + 1$, 则曲线 $y = 2x^2 - 3x + 1$ 的凹区间是 _____ .

9. 设 $f'(x_0) = 2$, 则 $dy|_{x=x_0} =$ _____ .

10. 若 $\int f(x) dx = x \ln x + C$, 则 $f(x) =$ _____ .

11. 设 $f(x) = \int_1^{x^2} e^t dt$, 则 $f'(x) =$ _____ .

12. 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1-x \end{vmatrix} =$ _____ .

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $A^3 =$ _____ .

三、计算题:本大题共 7 小题,每小题 6 分,共 42 分。

14. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{\sin x}$.

15. 设 $y = e^{2x} + \sin x$, 求 $y' \Big|_{x = \frac{\pi}{2}}$.

16. 求曲线 $y = x^2 - \ln(-x)$ 在点 $(-1, 1)$ 处的法线方程 .

17. 求不定积分 $\int \frac{x^2}{1+x^2} dx$.

18. 讨论函数 $y = \sqrt[5]{x} + 5$ 的单调性 .

19. 计算定积分 $\int_0^3 |x - 2| dx$.

20. 求解线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8. \end{cases}$$

四、综合题:本大题共 2 小题,每小题 8 分,共 16 分。

21. 在圆 $x^2 + y^2 = 1$ 内作一内接矩形,矩形的边平行于坐标轴,试问矩形的长、宽各为多少时,矩形的面积最大?

22. 求由曲线 $y = x^3$ 与直线 $x = 2$ 及 $y = 0$ 所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周而成的旋转体的体积 .